



## Η Διαγωνοποίηση και το Πρόβλημα Τερματισμού

«Όλα όσα θα ακούσετε στο famelab θα είναι ψέματα.» Αφού είμαι εδώ και σας μιλάω, λέω ψέματα ή αλήθεια; Και το προηγούμενο δεν είναι καν παράδοξο!  
 Σας δίνω την πρόταση: «Αυτή η πρόταση είναι ψευδής». Μπορείτε εσείς να αποφασίσετε αν είναι αληθής ή ψευδής;  
 Ας πούμε ότι την πιστεύουμε προς στιγμή: «είμαι ψευδής», μας λέει! Αντίφαση!  
 Ωραία, είναι λοιπόν ψευδής; Άρα η άρνησή της είναι αλήθεια. Και η άρνησή της είναι: «Αυτή η πρόταση είναι αληθής.» Ψευδή την υποθέσαμε, αληθή τη βρήκαμε. (αν συνεχίσουμε έτσι θα κάνουμε συνέχεια κύκλους!)  
 Υπάρχουν προτάσεις όπως η προηγούμενη που δεν είναι ούτε αληθείς ούτε ψευδείς είναι αναποκρίσιμες.

Υπάρχουν πάλι προγράμματα που σταματούν και μας δίνουν ένα αποτέλεσμα και προγράμματα που αν τα αφήνουμε θα έτρεχαν για πάντα κάνοντας συνέχεια τους ίδιους κύκλους.

Όλοι θα ήθελαν να είχαν τρόπο να ξεδιαλέξουν τα προγράμματα που τελικά θα δώσουν μια απάντηση, χωρίς να περιμένουν επ' άπειρον εκείνα που δε θα σταματήσουν.  
 Και μια μέρα έρχεται μια καινούρια εταιρία και διαφημίζει (πως θα στιάξει) στην αγορά ένα πρόγραμμα με το όνομα ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ. Η διαφήμιση λέει πως αν δώσετε στο ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ ένα πρόγραμμα που φτιάξατε εσείς και την είσοδο του, το ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ θα σας απαντήσει ΝΑΙ ή ΟΧΙ ιναλόγως.  
 Και τότε βρίσκεται ένας δύσπιστος και περίεργος που τον λέγανε Alan Turing που λέει πως δε θα αγοράσει το πρόγραμμα γιατί δεν πιστεύει τη διαφήμιση.

Και λέει ο Turing: Ένα πρόγραμμα είναι μια πεπεραμένη ακολουθία από σύμβολα, άρα ένα πρόγραμμα μπορεί να δοθεί είσοδος σε άλλο πρόγραμμα. Κανείς δε με εμποδίζει να δώσω ένα πρόγραμμα είσοδο στον εαυτό μου.

Τώρα το ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ είναι για μένα ένα μύθο κουτί, δεν ξέρω πώς είναι μέσα, αλλά μπορώ να το βάλω να τρέξει μέσα σε ένα δικό μου πρόγραμμα.

Το πρόγραμμά μου θα το βαφτίσω ΑΝΤΙΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ.  
 Το ΑΝΤΙΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ εκτελεί πρώτα το ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ αν πει ΝΑΙ συνεχίζει εκείνο να τρέχει για πάντα. Για το ΑΝΤΙΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ μου με είσοδό τον εαυτό του, το ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ δεν θα μπορέσει να δώσει ουσιαστική απάντηση.

Κι από τότε ξέρουμε ότι αδύνατον να φτιαχτεί το πρόγραμμα ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ!

Υπάρχει κάτι κοινό σε όλα αυτά τα προβλήματα και αυτό είναι η αυτοαναφορά ή η διαγωνοποίηση. Εξισώνουμε δύο ανεξάρτητες μεταβλητές και οδηγούμαστε σε κάτι παράδοξο σε μια αλήθεια στην οποία αντικρούεται η διαίσθησή μας. Τα παράδοξα ξεπηδούν όταν ένα σύστημα αναφέρεται στον εαυτό του και παγιδεύουν την λογική σε αταέρμονους κύκλους.

Στη διαγωνοποίηση βασίζεται επίσης το «Θεώρημα μη Πληρότητας του Godel».  
 Και αν όλα αυτά σας φαίνονται έξω από τα μαθηματικά, μετα-μαθηματικά ο Cantor με την ίδια τεχνική -τη διαγωνοποίηση- έδειξε ότι οι φυσικοί αριθμοί  $\aleph_1$  και όλα τα δυνατά ζευγάρια τους  $\aleph_1^2$  έχουν το ίδιο πλήθος! Με την εμπειρία μας στο μέτρημα πεπερασμένων συνόλων, ανθρώπων, ζώων, αντικειμένων είναι παράδοξο. Οι φυσικοί όμως είναι άπειροι και έτσι η ευθεία των φυσικών είναι ισοπληθική με το επίπεδό τους.  
 Υπάρχουν λοιπόν προτάσεις που δεν είναι ούτε αληθείς ούτε ψευδείς και προβλήματα για τα οποία δεν υπάρχει αλγόριθμος που να μπορεί να απαντήσει ναι ή όχι.

Ελπίζω να σας μπερδέψα ακριβώς όσο έπρεπε! (αυτό πολύ ωραίο)  
 Σας ευχαριστώ!

Ετσι έφτιαξε ένα πρόγραμμα που έδωσε ως είσοδο το εαυτό  
 ΑΝ ΤΟ ΣΤΑΜΑΤΑΕΙ ~~απάντησε~~ λέει ΝΑΙ το ΑΝΤ. τρέχει για πάντα  
 ποτέ δεν δίνει σωστή απάντηση